Regressar ao applet

Balística

Lancemos uma massa m com uma velociade inicial v_0 , fazendo um ângulo θ com a horizontal.

Sem atrito

Se se projectar a equação fundamental da dinâmica sobre a vertical e horizontal, temos que:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -m.g$$

A dupla integração destas equações leva, dadas as condições iniciais, a:

$$x = v_0.\cos\theta.t$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0.\sin\theta.t$$

A trajectória do corpo é uma parábola.

Com atrito

Vamos supor que a massa é submetida a uma força de atrito proprocional à velocidade.
Esta hipótese é válida para velocidades inferiores a 60 km/h. Para velocidades superiores, é preferível assumir que o atrito é função do quadrado da velocidade.
Se se projectar a equação fundamental da dinâmica na vertical e horizontal, temos que:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k.v_x$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -k.v_y - mg$$

A primeira equação pode ser escrita assim: $\frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m}v_x \Rightarrow v_x = Ce^{-\frac{k}{m}t}$.

As condições iniciais implicam que: $v_x = v_0\cos\theta.e^{-\frac{k}{m}t}$

A segunda equação pode ser escrita assim: $\frac{dv_y}{dt} = -\frac{k}{m}v_y - g \Rightarrow \frac{k}{m}v_y + g = Ce^{-\frac{k}{m}t}$.

As condições iniciais implicam que: $v_y = \left(\frac{m}{k}g + v_0\sin\theta\right).e^{-\frac{k}{m}t} - \frac{m}{k}g$

Uma nova integração leva a:

$$x = \frac{m}{k}v_0\cos\theta\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

$$y = \frac{m}{k}\left(\frac{m}{k}g + v_0\sin\theta\right).\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) - \frac{m}{k}gt$$

Para pequenos valores de k/m, é possível o desenvolvimento destas relações. Encontramos as expresões para o caso sem atrito.

Constata-se que para t suficientemente grande v_x tende para 0, e v_y para –m g/k. O corpo alcança uma **velocidade limite e a queda é vertical** de acordo com o valor da assimptota $x = \frac{m}{k}v_0\cos\theta$