Regressar ao applet

Mola helicoidal

Consideremos uma mola helicoidal com espiras não contíguas. Seja L0 o seu comprimento quando está na horizontal e L1 o comprimento quando está na vertical, carregado com uma massa M. O seu alongamento resulta da tensão no fio que constitui a mola.
Segundo a Lei de Hoocke, a mola é submetida a uma força proporcional ao seu alongamento e oposta à força que causa o alongamento. Se o limite de elasticidade é ultrapassado, deixa de haver proporcionalidade e a mola não regressa à sua forma inicial quando a massa é removida.

- Se a **massa m0 da mola ®negligenci§vel** em comparação com M, temos a seguinte relação:
$$F = -Mg = -K(L1 - L0) = -Kx$$
- Se pelo contrário, esta massa não é negligenciável, temos que:
$$F = -\left(M + \frac{m0}{2}\right)g = -K(L1 - L0) = -Kx$$

A constante K da massa expressa-se em N/m. É a constante de elasticidade da mola.

Associa-«o de molas

Em Paralelo

Quando duas molas com elasticidade K1 e K2 são associadas em paralelo (a fixação da massa M exige que ambas as molas se alonguem com o mesmo comprimento x), a elasticidade da mola equivalente é
K = K1 + K2

Em Série

Sob acção da mesma restrição, os alongamentos adicionados à elasticidade da mola equivalente são: $\frac{1}{K} = \frac{1}{K1} + \frac{1}{K2}$

Estudo Din©mico

Se retirarmos a massa M da sua posição de equilibrio, ela efectua um movimento oscilante.

- Se M >> m0 a equação de movimento é:
$$M\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad \omega^2 = \frac{K}{M}$$

O período das oscilações é: $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$

- Se a massa da mola não pode ser negligenciada, temos um sistema deformável com propagação. Simplifiquemos o problema e vamos supor que a mola tem a mesma forma que a de uma deformação estática. Aqui é usada a conservação de energia para determinar o período do sistema.

Energia cinética:

Energia cinética de M : $\frac{1}{2}M\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$

Energia cinética da mola:

A mola é "cortada" em fatias de espessura dy e massa dm = m0.y/L. A velocidade de uma delas é $\frac{dx}{dt}\frac{y}{L}$ as energias são $\frac{1}{2}m0\frac{dy}{L}\left(\frac{dx}{dt}\frac{y}{L}\right)^2$

Integra-se entre 0 e L, e temos $E_{Cmola} = \frac{1}{6}m0\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$

Energia potential:

Peso : -M.g.x - ½.m0.g.x
Tracção da mola: ½.K.$(x + L1 - L0)^2$

Conservação da energia:

$$\frac{1}{2}\left(M+\frac{m0}{3}\right)\left(\frac{dx}{dt}\right)^2-\left(M+\frac{m0}{2}\right).g.x+K\frac{\left(x+L1-L0\right)^2}{2}=\text{Constante}$$

Depois da derivação, tiramos que:

$$\left(M+\frac{m0}{3}\right)\frac{d^2x}{dt^2}=\left(M+\frac{m0}{2}\right).g-K(x+L1-L0)$$

Como x é o alongamento da mola desde a sua posição de equilíbrio estático, temos finalmente:

$$\left(M+\frac{m0}{3}\right)\frac{d^2x}{dt^2}=-K.x \quad\Rightarrow\quad T=2\pi\sqrt{\frac{M+\frac{m0}{3}}{K}}$$

Falta levar ainda em linha de conta um termo de correcção igual a um terço da massa da mola.