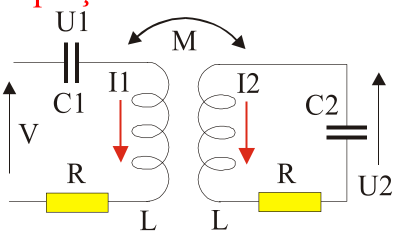
Regresso ao applet

Associação por indução mútua

Equações do circuito



Considerem-se dois circuitos R, L, C em série, associados por indução mútua. As duas indutâncias são idênticas, bem como as resistências. O circuito da esquerda é excitado por uma tensão v(t) *sinusoidal.* Estuda-se a corrente em cada circuito.

A cada instante, temos as seguintes equações:

$$L\frac{dI_1}{dt}+RI_1+\frac{Q_1}{C_1}+M\frac{dI_2}{dt}=v(t) \quad ; \quad L\frac{dI_2}{dt}+RI_2+\frac{Q_2}{C_2}+M\frac{dI_1}{dt}=0$$

Efetuando a derivação,temos:

$$L\frac{d^2I_1}{dt^2}+R\frac{dI_1}{dt}+\frac{I_1}{C_1}+M\frac{d^2I_2}{dt^2}=\frac{dv(t)}{dt} \quad ; \quad L\frac{d^2I_2}{dt^2}+R\frac{dI_2}{dt}+\frac{I_2}{C_2}+M\frac{d^2I_1}{dt^2}=0$$

Regime livre

Carrega-se o condensador C_1 e de seguida fecha-se o circuito da esquerda. Para estudar o **regime livre**, pode integrar-se numericamente o sistema de equações anterior.

Regime forçado permanente

Utilizam-se as impedâncias complexas, com:

$$Z_1=R+j\left(L\omega-\frac{1}{C_1\omega}\right)=R+jX_1 \quad ; \quad Z_2=R+j\left(L\omega-\frac{1}{C_2\omega}\right)=R+jX_2 \quad ; \quad M=mL$$

$$V=Z_1I_1+jM\omega I_2 \quad ; \quad 0=Z_2I_2+jM\omega I_1$$

$$V=\left(Z_1+M^2\omega^2/Z_2\right)I_1$$

Temos:

$$I_1=\frac{Z_2V}{Z_1Z_2+M^2\omega^2} \quad ; \quad I_2=\frac{-jM\omega V}{Z_1Z_2+M^2\omega^2}$$

É possível continuar os estudos sob a forma literal mas, os cálculos são muito penosos. O cálculo numérico permite simplesmente identificar os fenómenos. Podem, no entanto, fazer-se as seguintes observações:

❒ Com os *dois circuitos id°nticos*; a sua frequência própria é $\omega_0=1/\sqrt{LC}$.

Para procurar o valor máximo de I_2, é possível, numa primeira etapa, negligenciar as resistências. Obtemos:

$Z_1 = jX$ et $Z_2 = jX$ e $I2 = -jM\omega V/(X^2 - M^2\omega^2)$.

I2 é máximo se $X=\pm M\omega$ seja: $L\omega-\dfrac{1}{C\omega}=\pm mL\omega$ onde: $\omega=\dfrac{\omega_0}{\sqrt{1\pm m}}$

❒ A relação $V=\left(Z_1+M^2\omega^2/Z_2\right)I_1$ mostra que a parte real do circuito da esquerda é sempre maior do que aquela do mesmo circuito não acoplado: o acoplamento amortecido do primeiro circuito (a sua reatância é também modificada, podendo ser positiva ou negativa).

❒ Pode mostrar-se que para os dois circuitos acoplados, o valor de M que dá o valor máximo de I_2 é tal que $M^2\omega^2 = Z_1Z_2$.

Para dois circuitos idênticos $Z_1 = Z_2 = R$: o coeficiente de acoplamento ideal é então

$$m=\frac{R}{L\omega_0}=\frac{1}{Q}$$

Regresso ao applet