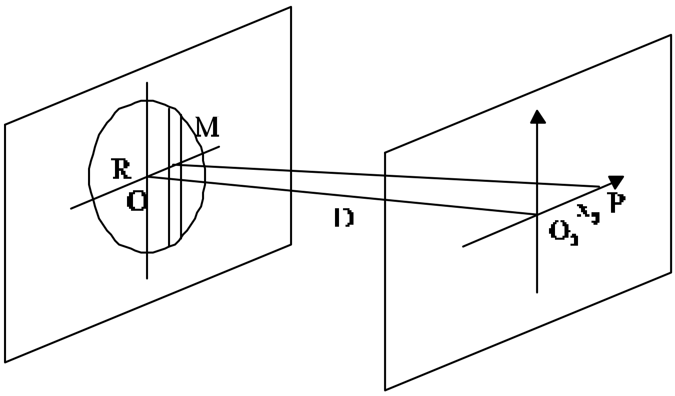
Regresso ao applet

Difracção no infinito (fenda circular)

Este estudo possui uma grande analogia com o de uma fenda rectangular. Consideremos um ecrã opaco, atravessado por uma fenda circular de raio R, iluminado por uma onda plana de comprimento de onda λ paralela ao plano da fenda. O plano de observação está localizado à distância de $OO_0 = D$ da fenda. Tendo em conta a simetria do problema, é suficiente calcular a intensidade num ponto P afastado x_0 de O_0.



Seja uma banda de largura **dx** localizada à distância $OM = x$.
Calcula-se δ, a diferença de caminho entre MP e OP.

$$MP^2 = (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OM})^2 .$$

$$MP^2 = OP^2 + OM^2 - 2.\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j}; \quad \overrightarrow{OP} = D.\vec{k} + x_0.\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OP} = x.x_0 .$$

$$OP = \sqrt{D^2 + x_0^2} = d$$

Como OM << OP, um desenvolvimento de primeira ordem dá: $\delta = \dfrac{xx_0}{d}.$

A diferença de fase é, então $\varphi = 2\pi\delta/\lambda$
A amplitude da vibração em P, devido à largura de banda dx, é:

$$dp_P = Ae^{j\omega t}.dx\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{+\sqrt{R^2-x^2}} e^{j\varphi}dy = 2Ae^{j\omega t}e^{j\varphi}.\sqrt{R^2-x^2}.dx$$

Seja para a intensidade do conjunto da fenda:

$$p_P = 2A.e^{j\omega t}\int_{-R}^{+R} R\left(1-\frac{x^2}{R^2}\right)^{1/2} e^{\frac{2j\pi xx_0}{\lambda d}} dx .$$

Com $u = \dfrac{x}{R}$ e $k = \dfrac{2\pi x_0 R}{\lambda d}$, temos:

$p_P = 2A.R^2.e^{j\omega t}\int_{-1}^{+1}\sqrt{1-u^2}\,(\cos ku + j\,\mathrm{sen}\;ku)dx$ e, como a função seno é ímpar, temos:

$$p_P = 4A.R^2.e^{j\omega t}\int_0^{+1}\sqrt{1-u^2}.\cos ku.dx$$

Este integral deve ser calculado numericamente.
O observável é a intensidade; ela é proporcional ao quadrado da amplitude.

Regresso ao applet