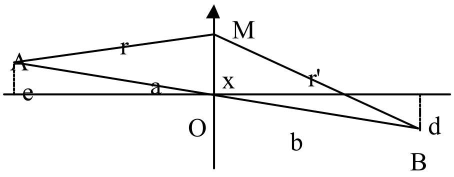
Regresso ao applet

Difracção de Fresnel

Princípio

Considere-se uma fonte pontual, monocromática colocada em A e um ponto B num ecrã normal a AB. Um difractor plano, também ele normal a AB, está colocado em O.



A amplitude da vibração em M é:

$$p = \frac{A}{r}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)$$

O elemento de superfície S em torno de M envia para B a amplitude:

$$dp = \frac{kA}{r.r'}dS.\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+r'}{\lambda}\right) = C.dS.\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+r'}{\lambda}\right)$$

Temos que: $r + r' = a + b + \delta$. Uma mudança de origem permite escrever que a diferença de fase entre0 o raio directo AB e o raio que passa por M é δ/λ, seja: $dp = C.\,dS\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\delta}{\lambda}\right)$

Ou : $r^2 = a^2 - e^2 + (x - e)^2 = a^2 + x^2 - 2e.x$. Um desenvolvimento de primeira ordem dá: $r = a + x^2/2a - e.x/a$. Da mesma forma, $r' = b + x^2/2b - d.x/b$. Mas $e/a = - d/b$. Assim:

$\delta = \frac{x^2}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) = \frac{a+b}{2ab}x^2$. Integrando o painel inteiro, temos a amplitude difractada em B, que é:

$$P_B = C\int_{X1}^{X2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\alpha^2 x^2\right)dx \quad ; \quad \alpha^2 = \frac{2(a+b)}{a.b.\lambda}$$

$$P_B = C\cos\omega t\int_{X1}^{X2}\cos\frac{\pi}{2}\alpha^2 x^2 dx + C\,\mathrm{sen}\,\omega t\int_{X1}^{X2}\mathrm{sen}\frac{\pi}{2}\alpha^2 x^2 dx$$

Escrevendo esta amplitude na forma $P = C(H.\cos\omega t + K.\mathrm{sen}\,\omega t)$, obtém-se a expressão de intensidade em B : $I_B = C^2(H^2 + K^2)$.

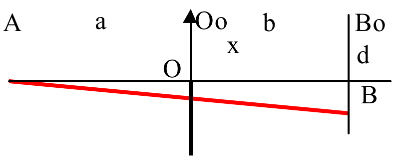
A mudança da variável $t = \alpha x = \sqrt{\frac{2(a+b)}{a.b.\lambda}}x$ dá finalmente a intensidade em M:

$$I = \frac{I_0}{2}\left((\xi_{t2}-\xi_{t1})^2 + (\eta_{t2}-\eta_{t1})^2\right)$$

Os integrais $\xi_{t1} = \int_0^{t1}\cos\frac{\pi t^2}{2}dt$ e $\eta_{t1} = \int_0^{t1}\mathrm{sen}\frac{\pi t^2}{2}dt$ são os integrais de Fresnel.

Difracção pela borda de um ecrã

Considere-se uma fenda, placée en A, iluminado por uma luz monocromática e um ecrã paralelo à fenda colocada em B. Um ecrã plano, também paralelo à fenda, é colocado em O.



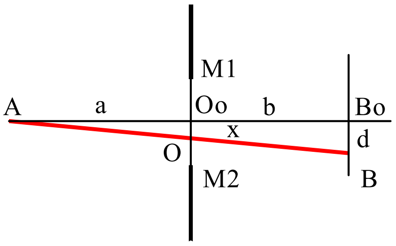
Para calcular a intensidade luminosa no ponto B tal que: $x = a.d/(a + b)$, é necessário utilizar os limites de integração $t_1 = \alpha x$ e $t_2 = \infty$. (Os valores de x negativos correspondem à sombra geométrica do ecrã).

Com o método de Simpson, calculam-se os dois integrais de Fresnel H e K. Pode verificar-se que $H(-x) = -H(x)$ e que $K(-x) = -K(x)$ e que para $t = \infty$, os dois integrais convergem para o valor 0,5. Em condições experimentais (valores de a e de b) obtêm-se figuras homotéticas. Dessa forma, trabalha-se em coordenadas positivas.

Para **x positivos** (na sombra geométrica), a intensidade é $I = ½\{(0,5- H(x))^2 + (0,5 - K(x))^2\}$.
Para **x negativos** (zona iluminada), a intensidade é $I = ½\{(0,5+ H(x))^2 + (0,5 + K(x))^2\}$. Os dois casos são tratados sucessivamente e o valor 0 é excluído.

Difracção de uma fonda

Considere-se uma fonte de luz monocromática sob uma fenda colocada em A e uma fenda colocada em 0_0. Um ecrã paralelo às fendas fonte e defractante é colocado em B.



O ponto B é tal que: $OO_0 = x = a.d/(a + b)$. Os limites de integração para este ponto são:

$$x_1 = OO_0 + O_0M_1 = a.d/(a + b) - e/2$$
$$x_2 = OO_0 + O_0M_2 = a.d/(a + b) + e/2.$$

Seja: $t_1 = \sqrt{\frac{2(a+b)}{a.b.\lambda}}.x_1 = \beta.d - \frac{1}{2}\omega$

e $t_2 = \sqrt{\frac{2(a+b)}{a.b.\lambda}}.x_2 = \beta.d + \frac{1}{2}\omega$ com: $\beta = \sqrt{\frac{2a}{b(a+b)\lambda}}$ e $\omega = e.\sqrt{\frac{2(a+b)}{a.b.\lambda}}$.

Os limites de integração podem, assim, ser escritos: $t_1 = \beta.x - 2\beta.e$ e $t_2 = \beta.x + 2\beta.e$

Os valores patentes no programa são:
a = b = 1 m ; l = 0,5µm seja $\beta \approx 1{,}4\ mm^{-1}$. O eixo Ox está graduado em unidades $\beta.d$;
Além da curva de intensidade luminosa, o programa exibe bandas coloridas em que a cor é função da intensidade. É usada uma paleta RVB de 256 níveis.

Regresso ao applet