Regresso ao applet

Propagação do calor

Estudo analítico

A equação de propagação do calor em função do tempo (equação de Fourier) num meio isotrópico a uma dimensão é:

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial T}{\partial t}}$$

Com a difusividade térmica **a ² = ρc/K**. (**c** capacidade calorífica, ρ massa volúmica, **K** condutividade térmica do material).
Existe um método analítico (para o qual Fourier desenvolveu as séries que possuem o seu nome) de resolução desta equação com derivadas parciais.
Para a resolução numérica desta equação, utiliza-se o método de Gauss-Siedel.
Corta-se a barra do material (comprimento L) em N segmentos de igual espessura, **L/N**.
Seja **T(i) = T(x)** a temperatura do $i^{\text{nésimo}}$ segmento. A temperatura do segmento **i + 1** é igual a **T(i + .1) = T(x + L/N)**.

Faz-se um desenvolvimento limitado à 2ª ordem: $T(i+1) = T(x) + \frac{L}{N}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{L^2}{2N^2}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

Bem como, $T(i-1) = T(x) - \frac{L}{N}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{L^2}{2N^2}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

Assim: $T(i+1) + T(i-1) - 2T(i) = \frac{L^2}{N^2}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

A temperatura do segmento **i** no instante **t + dt** é então igual a:

$$\boxed{T(i)_{t+dt} = T(i)_t + dt.\frac{N^2}{L^2 a^2}\left[T(i+1)_t + T(i-1)_t - 2T(i)_t\right]}$$

Preenche-se no início do cálculo a tabela **T(i)** em função das condições iniciais e, no decorrer do cálculo, mantêm-se as condições nos limites.
Este método dá resultados correctos se o número de segmentos for relevante e se o passo de integração ***dt*** for pequeno o suficiente.

Casos estudados

No primeiro caso (**barra**) é feito o estudo da propagação de calor numa barra cuja temperatura inicial é $\mathbf{T_0}$ e cujas temperaturas são impostas nas extremidades ($\mathbf{T_1}$ e $\mathbf{T_2}$).
Para introduzir as ***condições nos limites***, é necessário ter $\mathbf{T(0) = T_1}$ e $\mathbf{T(N) = T_2}$.
Para levar em conta as ***condições iniciais***, é preciso preencher a tabela com o valor $\mathbf{T_0}$.

No segundo caso (**blocos**) estuda-se a propagação do calor em duas barras (de um mesmo material) cujas temperaturas inicias são $\mathbf{T_1}$ e $\mathbf{T_2}$. Estas duas barras estão em contacto no instante **t = 0**.
Estuda-se, em seguida, a evolução da temperatura supondo que o sistema está isolado.
Para levar em conta as ***condições iniciais***, é preciso preencher a parte da tabela que corresponde à primeira barra com o valor $\mathbf{T_1}$ e a parte correspondente à segunda com $\mathbf{T_2}$.
Para introduzir as ***condições nos limites***, é preciso ter $\mathbf{T(0) = T(1)}$ e $\mathbf{T(N) = T(N\text{-}1)}$. Na realidade, o sistema é isolado, o fluxo de calor nas extremidades é nulo.

Regresso ao applet