

Teorema de Bernouilli

Movimento de um fluido

Em geral, o movimento de um fluido é complexo, com turbilhões e a velocidade do fluido varia de forma imprevisível (regime de fluxo turbulento).

Se o fluxo é constante, o regime é designado laminar. Se a velocidade do fluido não depende das coordenadas espaciais nem do tempo, o regime é permanente.

Teorema de Bernouilli

Hipóteses:

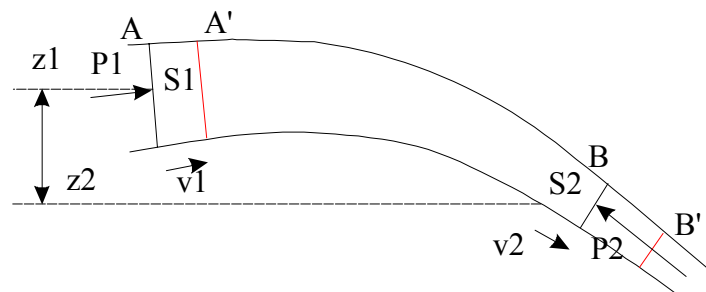
Fluí sob regime permanente.

O fluido é incompressível (líquido).

Não é viscoso.

Uma "linha de corrente" é o lugar geométrico dos pontos que, num mesmo instante t considerado, se mantém tangente em todos os pontos à velocidade V do fluido.

O conjunto das linhas de corrente que contornam uma linha fechada, formam um "tubo de corrente".



Considere-se um tubo de corrente limitado por duas secções rectas S_1 e S_2 . O tubo é pequeno o suficiente para que a velocidade e a pressão sejam as mesmas em cada ponto de uma secção recta.

Seja P_1 e P_2 , v_1 e v_2 as pressões e velocidades em A e B.

Depois de algum tempo t , o fluido entre entre A e B passa entre A' e B'.

Por hipótese, o fluido é incompressível pelo que a conservação do volume implica que:

$$S_1 \cdot AA' = S_2 \cdot BB' = dV$$

Este volume tem uma massa $m = \mu \cdot dV$

Depois do deslocamento do fluido, a energia cinética varia de:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\mu \cdot dV(v_2^2 - v_1^2)$$

O trabalho das forças exteriores das forças agindo sobre o fluido é a soma das forças de pressão:

$$P_1 \cdot S_1 \cdot AA' - P_2 \cdot S_2 \cdot BB' = (P_1 - P_2)dV$$

e da gravidade:

$$\mu g \cdot dV \cdot (z_1 - z_2).$$

Assim:

$$P_1 + \mu g z_1 + \frac{1}{2}\mu v_1^2 = P_2 + \mu g z_2 + \frac{1}{2}\mu v_2^2$$

Desta forma:

$$\boxed{\frac{P_1}{\mu g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\mu g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2}$$

Esta relação constitui o teorema de Bernouilli